(2). $\boxed{\text{解法1}}$　$x^3+y^3+z^3$ ときたら、この公式.

$$x^3+y^3+z^3-3xyz=(x+y+z)(x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx)$$ より.

$x^3+y^3+z^3=xyz$ に代入すると.

$$(x+y+z)(x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx)+3xyz=xyz$$

$$(x+y+z)(x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx)=-2xyz$$

ここで、$x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx$　有名な変形

$$=\frac{1}{2}(2x^2+2y^2+2z^2-2xy-2yz-2zx)$$

$$=\frac{1}{2}(x^2-2xy+y^2+y^2-2yz+z^2+z^2-2zx+x^2)$$

$$=\frac{1}{2}\{(x-y)^2+(y-z)^2+(z-x)^2\}\geqq 0$$

なので

$$(x+y+z)\cdot\frac{1}{2}\{(x-y)^2+(y-z)^2+(z-x)^2\}=-2xyz$$

$x+y+z>0$. $\frac{1}{2}\{(x-y)^2+(y-z)^2+(z-x)^2\}\geqq 0$ なので.

(左辺) $\geqq 0$ であるが. (右辺) <0 なので

(x, y, z) は解がない。　よって 証明された。